

ПОСТРОЕНИЕ РАЗРЕЗА ПО ВСТРЕЧНЫМ ГОДОГРАФАМ ПРЕЛОМЛЕННЫХ ВОЛН

В статье дается аналитическое решение задачи построения разреза по методу сопряженных точек при постоянных скоростях в обеих средах. Затем предлагается более общий способ интерпретации по любой паре точек на встречных годографах, когда методы сопряженных точек и среднеарифметических получаются, как частные случаи этого общего метода.

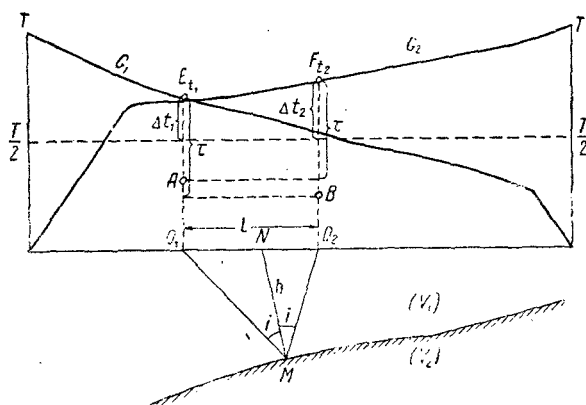
* * *

Методика полевых наблюдений, применяемая в настоящее время при сейсмической разведке методом преломленных волн, такова, что предусматривает наличие встречных годографов, увязанных между собой во взаимных точках. По такой системе годографов представляется возможным определять глубины до границы раздела в какой-либо точке профиля методом среднеарифметических и сопряженных точек. При этом метод сопряженных точек является наиболее точным, так как исключается необходимость делать предположение о плоской границе раздела на каком-либо участке. Оба метода в последние годы разработаны как для постоянных, так и для переменных скоростей. Следует отметить, что хотя метод среднеарифметических точек приближенный, однако он широко используется на практике и дает достаточно точные результаты. Это происходит потому, что ощутительные ошибки при применении этого метода могут получаться лишь при значительной кривизне границы раздела, что не столь часто встречается в реальных геологических условиях.

В практике сейсмической разведки методом преломленных волн иногда приходится иметь дело с такими системами годографов, когда применение методов среднеарифметических и сопряженных точек исключено вследствие отсутствия так называемой «полезной части». Для расчета таких годографов в настоящей статье предлагается метод построения разреза по любым двум точкам на годографах в предположении плоской границы раздела между точками выхода лучей (точки *B* и *C* на фиг. 3). Этот общий метод

помимо его практического использования может представить методический интерес, так как методы сопряженных точек и среднеарифметических механически вытекают из него как частные случаи.

Прежде чем перейти к изложению этого общего метода, мы дадим строгое аналитическое решение задачи для метода сопряженных точек в случае постоянных скоростей. Полученные при этом формулы понадобятся нам в дальнейшем.



Фиг. 1.

Как известно, сумма времен по лучам O_1M и O_2M (фиг. 1) равняется

$$t_1 + t_2 - T = \tau, \quad (1)$$

где t_1 и t_2 — времена вступления преломленных волн на встречных годографах;

T — взаимное время.

Для целей геометрического истолкования времени τ на годографах представим выражение (1) в следующем виде:

$$\tau = t_1 + t_2 - T = \left(t_1 - \frac{T}{2}\right) + \left(t_2 - \frac{T}{2}\right) = \Delta t_1 + \Delta t_2. \quad (2)$$

Таким образом, время τ можно геометрически мыслить себе как сумму отрезков Δt_1 и Δt_2 , иначе говоря, как сумму времен в точках E и F , отсчитанных от линии $\frac{T}{2}$. Если теперь построим зеркальное отображение точки E в линии $\frac{T}{2}$, то получим точку A , относительно которой точка F будет иметь координаты $l = O_1O_2$ и τ . Можно, разумеется, построить зеркальное отображение точки F и тогда точка E относительно точки B будет иметь те же координаты.

Пусть, например, нам известно уравнение годографа G_2 в системе координат, начало которых находится в точке A , а оси па-

параллельны прежним осям. Если теперь мы найдем теоретически, исходя из свойств среды, уравнение $\tau(l)$, то, решив его совместно с уравнением годографа, мы найдем координаты точки F , сопряженной с точкой E . Практически проще всего находить положение точки F графически. С этой целью необходимо построить графики зависимости $\tau(l)$. Очевидно, что если наложить этот график своим началом в точку A и направить его оси параллельно осям l и t на профиле, то пересечение кривой $\tau(l)$ с годографом G_2 укажет положение точки F .

Займемся теперь выводом зависимости $\tau(l)$, если предположим обе среды однородными и изотропными.

Рассматривая треугольники O_1MN и O_2MN (см. фиг. 1), получим следующие равенства:

$$x = h \sin i \cdot \sec(i + \varphi) \quad (3)$$

или

$$x = \frac{l}{2} (1 + \operatorname{tg} i \cdot \operatorname{tg} \varphi); \quad (3')$$

$$l = h \sin i [\sec(i + \varphi) + \sec(i - \varphi)]; \quad (4)$$

$$\tau = \frac{l \cos \varphi}{v_1 \sin i}, \quad (5)$$

где $l = O_1O_2$ — расстояние между сопряженными точками;

$x = O_1N$ — расстояние от точки O_1 как начала координат до точки N — отсчета глубины;

$h = MN$ — глубина по нормали в точке M ;

φ — угол наклона границы раздела в точке M ;

$$i = \arcsin \frac{v_1}{v_2}.$$

Как видно, τ зависит не только от l , но и от угла наклона в точке M , иначе говоря от кажущейся скорости в точках E и F . Чтобы не усложнять формул, мы повсюду оставим угол φ , так как последний легко может быть выражен через кажущуюся скорость на основании закона Бендорфа. Зависимость $\tau(l, \varphi)$ изображается семейством кривых (в данном случае прямых) с параметром φ . Поскольку при значительных углах наклона метод преломленных волн не применяется, семейство кривых $\tau(l, \varphi)$ будет локализовано в очень узкой области, так как $\cos \varphi$ для углов в пределах $0-20^\circ$ меняется очень медленно.

В связи с этим не требуется с большой точностью определять кажущуюся скорость на годографе.

Когда положение сопряженных точек известно, определение глубины не представляет затруднений. При этом можно предложить различные способы и, в частности, использовать вычислительный аппарат сейсмоки отраженных волн. По нашему мнению, наиболее целесообразно определять глубину по нормали h в точке M и пользоваться методом огибающих окружностей.

Из равенств (3, 3', 4) и (5) получим следующие формулы для определения глубины h :

$$h = \frac{v_1 \tau}{2 \cos i} \left(1 - \frac{\sin^2 i}{\cos^2 \varphi} \right); \quad (6)$$

$$h = \frac{l \cos \varphi}{\sin 2i} \left(1 - \frac{\sin^2 i}{\cos^2 \varphi} \right). \quad (6')$$

Глубину h следует откладывать в точке N .

Отрезок $O_1 N = x$ можно определить по формуле:

$$x = \frac{v_1 \tau \sin i}{2 \cos \varphi} (1 + \operatorname{tg} i \operatorname{tg} \varphi). \quad (7)$$

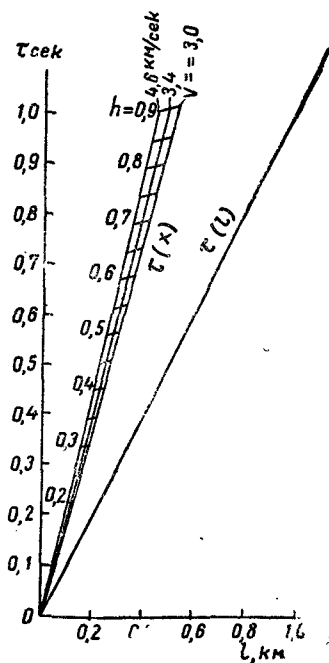
Формулы (5), (6) и (7) полностью решают задачу о построении преломляющей границы раздела методом сопряженных точек.

На основании этих формул можно построить палетку, с помощью которой можно графически определять все интересующие нас величины. Хотя в литературе приведен принцип построения подобной палетки для переменных скоростей, все же мы коротко опишем здесь принцип построения палетки для постоянного соотношения скоростей, поскольку в этом случае все расчеты можно сделать аналитически, что не всегда удастся осуществить в случае переменных скоростей.

Прежде всего строим семейство кривых $\tau(l, \varphi)$ (уравнение 5) для определения сопряженных точек; практически при углах наклона до 15° достаточно построить прямую $\tau(l)$. После этого на том же чертеже изображаем зависимость $\tau(x, \varphi)$ на основании формулы (7), откладывая значения x по оси l . Затем на том же чертеже вычерчиваем кривые $h = \text{const}$ на основании уравнения (3). Эти кривые имеют, вообще говоря, довольно сложный вид, а потому мы не приводим их уравнения. Весь чертеж вычерчивается на прозрачной бумаге (или пленке). В качестве примера на фиг. 2 приведена описанная палетка для скоростей $v_1 = 2,0$ км/сек, $v_2 =$

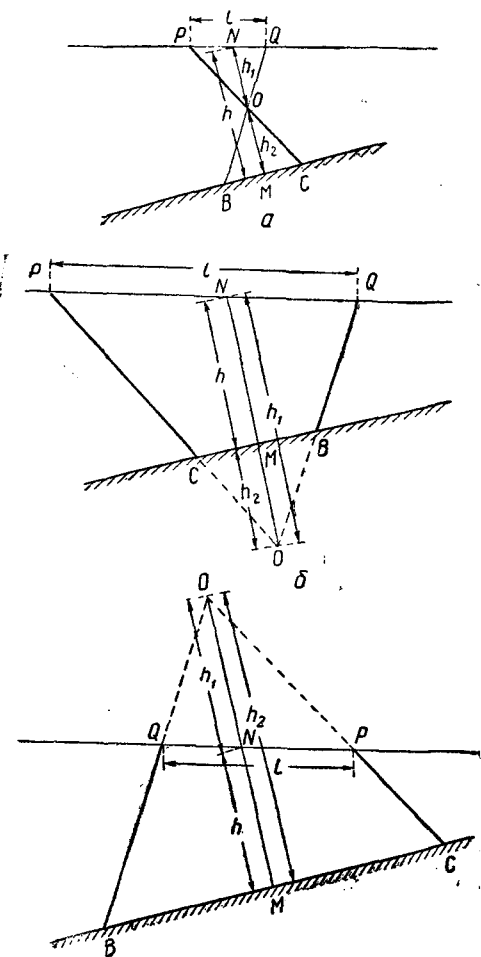
$= 4,6$ км/сек.

Пользование палеткой сводится к следующему: выбираем на годографе по падению точку E с временем t_1 . Проводим на профиле линию $\frac{T}{2}$ и строим с помощью циркуля зеркальное изображение точки E в линии $\frac{T}{2}$. Получим точку A . Затем совмещаем на-



Фиг. 2.

чало координат палетки с точкой A , направляем оси l и τ соответственно по горизонтальной и вертикальной осям профиля. Точка пересечения прямой $\tau(l, \varphi)$ палетки с годографом по восстанию укажет положение сопряженной точки F . Далее, не снимая палетки, проводим горизонтальную линию до семейства $\tau(x, \varphi)$ и $h = \text{const}$. Получаемую точку со значением глубины h проектируем на горизонтальную ось профиля и из полученной проекции проводим окружность радиусом h .



Фиг. 3.

Рассматривая каждый из случаев в отдельности, мы убедимся, что формулы, выведенные, например, для случая 1, будут справедливы для двух остальных.

На фиг. 3, а будем рассматривать отдельно два треугольника: POQ и COB . Отрезки ON и OM обозначим соответственно через h_1 и h_2 . Очевидно, что глубина по нормали в середине отрезка CB будет

$$h = h_1 + h_2. \quad (10)$$

Перейдем теперь к изложению общего метода интерпретации по любой паре точек на встречных годографах.

Здесь следует рассматривать три случая, изображенных на фиг. 3, а, б и в.

1. Сейсмические лучи, подходящие к точкам P и Q , пересекаются. В этом случае

$$\tau = t_1 + t_2 - T = t(BQ) + t(CP) - t(BC). \quad (8)$$

2. Сейсмические лучи расходятся так, что $l > BC$. В этом случае

$$\tau = t_1 + t_2 - T = t(BQ) + t(CP) + t(BC). \quad (9)$$

3. Сейсмические лучи расходятся так, что $l < BC$. Здесь символическое выражение для τ будет таким же, как и в первом случае.

Время τ в данном случае можно представить в виде:

$$\tau = [t(OP) + t(OQ)] + [t(OB) + t(OC) - t(BC)] = t' + t''. \quad (11)$$

Время t' можно рассматривать как время τ при сопряженных точках P и Q , если граница раздела параллельно перенесена в точку O . Аналогично время t'' можно мыслить себе как время τ в методе среднеарифметических, если дневная поверхность перенесена в точку O .

В таком случае мы можем написать следующие равенства:

$$h_1 = \frac{v_1 t'}{2 \cos i} \left(1 - \frac{\sin^2 i}{\cos^2 \varphi} \right);$$

$$h_2 = \frac{v_1 t''}{2 \cos i}.$$

Складывая их, учитывая соотношение (11) и соотношение (5), получим

$$t' = \frac{\cos \varphi}{v_1 \sin i} l;$$

$$h_1 + h_2 = h = \frac{v_1 \tau}{2 \cos i} \left(1 - \frac{l}{v_2 \tau \cos \varphi} \right). \quad (12)$$

Для определения отрезка $PN = x$ можно воспользоваться формулой (3'). Мы повсюду оставляем в формулах значение φ , предполагая, что φ всегда можно выразить через кажущуюся скорость на основании закона Бендорфа.

Рассмотрим фиг. 3, б. Здесь треугольник COB фиктивный в том смысле, что по путям OC и OB не распространяется сейсмическая энергия. Рассуждая чисто геометрически, получим

$$h = h_1 - h_2;$$

$$\tau = [t(OP) + t(OQ)] - [t(OB) + t(OC) - t(BC)] = t' - t''.$$

Повторяя весь ход предыдущих рассуждений, мы можем притти к формулам (3') и (12).

Аналогичным образом из фиг. 3, в получим

$$h = h_2 - h_1;$$

$$\tau = [t(OB) + t(OC) - t(BC)] - [t(OP) + t(OQ)] = t'' - t'.$$

Окончательные формулы в этом случае будут иметь вид:

$$h = \frac{v_1 \tau}{2 \cos i} \left(1 + \frac{l}{v_2 \tau \cos \varphi} \right);$$

$$x = -\frac{l}{2} (1 + \operatorname{tg} i \operatorname{tg} \varphi).$$

Они приводятся к виду (3') и (12), если считать l с обратным знаком. В этом последнем случае (фиг. 3, в) l необходимо считать отрицательным.

Не трудно показать, что из выведенных нами формул можно получить формулы для методов среднеарифметических и сопряженных точек.

Действительно, для метода среднеарифметических точек ($l = 0$) будем иметь

$$h = \frac{v_1 \tau}{2 \cos i}.$$

Для метода сопряженных точек ($l = \frac{v_1 \tau \sin i}{\cos \varphi}$) получим выведенные нами ранее формулы (6) и (3').

При определенном заданном соотношении скоростей и фиксированном l по формулам (3') и (12) можно построить удобную палетку, которая полностью механизует вычисление глубин. Мы здесь не приводим такой палетки, так как практически она не может иметь большого применения, поскольку редко может представиться случай, чтобы l сохраняло свое значение. Заметим лишь, что при построении палетки необходимо пользоваться той геометрической интерпретацией времени τ , которая была дана в начале статьи. Для малых углов наклона границы раздела палетку можно построить для любых l .

Пользуясь указанной геометрической интерпретацией времени τ , можно построить весьма удобную палетку для построения разреза по методу среднеарифметических точек при определенном соотношении скоростей. Для этого строим на прозрачной бумаге угол произвольной величины (порядка 60°) и проводим биссектрису этого угла. Из вершины угла восстанавливаем перпендикуляр к биссектрисе, на котором затем наносим шкалу $\tau(h)$ согласно соотношению

$$\tau = \frac{2h \cos i}{v_1} = kh.$$

τ на шкале откладывается в том же масштабе, что и времена на годографах.

Далее из какой-либо точки нижней стороны угла проводим также перпендикуляр к биссектрисе, на котором наносим ту же шкалу $\tau(h)$. После этого соединяем одноименные отметки на обеих шкалах прямыми линиями. Пользование построенной таким образом палеткой (фиг. 4) сводится к следующему: проводим на чертеже, на котором построены годографы, линию $\frac{T}{2}$, с которой совмещаем затем биссектрису угла палетки. Передвигая палетку в горизонтальном направлении, совмещаем одну из точек на годографах (например t_1) с верхней стороной угла. Тогда в другой точке на встречном годографе (t_2) отсчитываем значение глубины h на палетке. На фиг. 4 пунктирной линией показаны годографы.

При произвольном соотношении постоянных скоростей можно построить весьма удобную номограмму для вычисления глубины по методу среднеарифметических либо опорных глубин.

Формулу

$$h = \frac{v_1 \tau}{2 \cos i}.$$

можно записать в виде:

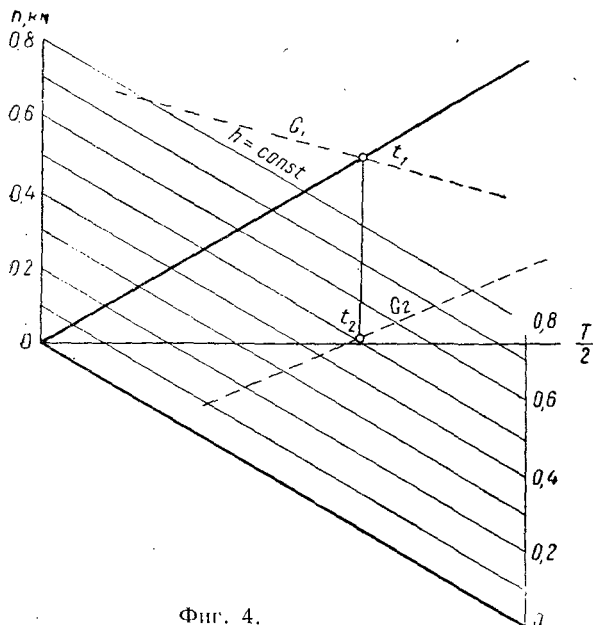
$$\tau = 2hy,$$

где

$$\gamma^2 = \frac{1}{v_1^2} - \frac{1}{v_2^2}.$$

Последние два равенства являются исходными для построения номограммы.

На основании второй формулы, которая представляет собой уравнение окружности, строим номограмму в системе помеченных кривых. По горизонтальной оси откладываем значение v_2 ,



Фиг. 4.

по вертикальной — значения γ . При этом шкала v_2 будет неравномерной и уравнение ее имеет вид:

$$y = \frac{1}{x}.$$

Величина v_1 является параметром семейства. Каждому значению v_1 соответствует дуга окружности.

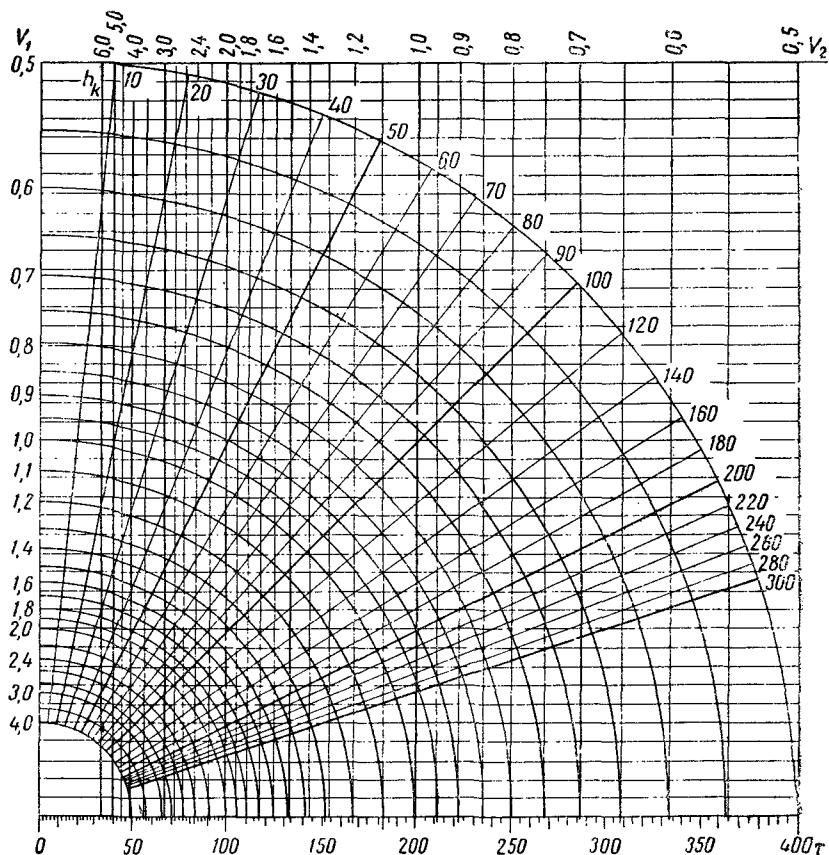
Далее на том же чертеже строим номограмму для уравнения

$$\tau = 2hy$$

также в системе помеченных кривых. Шкалу τ помещаем по оси v_2 предыдущей номограммы, а γ на прежней своей оси. Параметром семейства является глубина h . Кривые $h = \text{const}$ будут представлять собой прямые, исходящие из начала координат.

Описанная номограмма приведена на фиг. 5. Пользоваться номограммой очень просто.

По заданным значениям v_1 и v_2 находим на номограмме точку, представляющую собой пересечение окружности с пометкой v_1 и вертикальной линии с пометкой v_2 . От этой точки ведем горизонтальную линию до значения τ , определенного как $\tau = t' + t'' - T$. В полученной последней точке читаем значение h .



Фиг. 5.

С целью расширения диапазона значений h можно сделать две шкалы τ в разных масштабах и соответственно каждая прямая h -const получит два значения.

Этой же номограммой можно пользоваться для решения многослойной задачи в случае горизонтального залегания.

Мы описали методы построения разреза преломляющей границы для случая постоянных скоростей в обеих средах. Не представляет принципиальных затруднений распространить их для переменных скоростей. Мы здесь не остановимся на этом. Отметим лишь, что все необходимые расчеты легче всего производить с применением лучевых диаграмм.